

# Prezentarea Activității Didactice, Științifice și Editoriale

## Olimpiade, Publicații și Lucrări de Excelență

Prof. Nicolae Mușuroia

Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare

18.06.2026

Ne amintim adesea că matematica este alfabetul cu care Dumnezeu a scris universul. Dacă acest lucru este adevărat, atunci profesorul de matematică este cel care ne învață nu doar să citim acest alfabet, ci să-i înțelegem armonia profundă. Astăzi, ne exprimăm recunoștința, admirația și prețuirea față de un astfel de dascăl model: Domnul Profesor Nicolae Mușuroia. Momentul acesta nu reprezintă o barieră, ci o sumă geometrică a miilor de ore de curs, a zecilor de mii de probleme rezolvate și, mai presus de toate, a caracterelor formate la Colegiul Național „Gheorghe Șincai” din Baia Mare.

Domnul profesor Nicolae Mușuroia a transformat catedra de matematică într-un laborator al minților strălucite. Cu o prezență impunătoare, dar dublată de o răbdare pedagogică rară, a activat timp de decenii în cadrul elitei învățământului maramureșean. Sub îndrumarea sa directă, Colegiul Național „Gheorghe Șincai” a strălucit constant pe harta olimpiadelor județene, naționale și a concursurilor de profil. Implicarea sa în organizarea prestigioasei Tabere Județene de Matematică și a Concursului Interjudețean de matematică „Argument” a oferit un cadru propice tinerilor capabili de performanță înaltă să își depășească limitele.

Articolele metodice și de cercetare semnate de profesorul Nicolae Mușuroia reflectă o pasiune profundă pentru geometrie, structurile algebrice și analiză matematică. Printre lucrările sale de referință publicate în paginile revistelor de specialitate se numără:

- **N. Mușuroia** – *Poligoane cu același centru de greutate*, Lucrările seminarului de creativitate matematică, Universitatea din Baia Mare, 1992.
- **D. Andrica, N. Mușuroia** – *Asupra unor probleme de arii*, Lucrările seminarului de creativitate matematică, Universitatea din Baia Mare, 1995.
- **D.M. Bătinețu-Giurgiu, N. Mușuroia** – *O clasă de șiruri*, Sesiunea Județeană de Comunicări Științifice, 2012.
- **N. Mușuroia** – *On the limits of some sequences of integrals*, Creative Math, 2005.

- **N. Mușuroia, V. Pop** – *Concursul Interjudețean de Matematică „Argument” 2013*, G.M. 1/2014.
- **N. Mușuroia, V. Pop** – *Concursul Interjudețean de Matematică „Argument” 2014*.
- **N. Mușuroia, V. Pop** – *Concursul Interjudețean de Matematică „Argument” 2015*, G.M. 4/2016.
- **N. Mușuroia, F. Bojor** – *Tabăra Județeană de Excelență în Matematică 2019*, G.M. 10/2020.
- **N. Mușuroia, I. Savu** – *Clase de șiruri pentru care termenul general nu se poate reprezenta sub formă rațională*, G.M. 9/2020.

Un mare profesor se recunoaște după frumusețea și eleganța problemelor pe care le creează. Problemele propuse de domnul profesor Mușuroia sunt recunoscute pentru acel „artificiu subtil” care transformă o simplă ecuație într-o operă de artă logică.

## Problema 1 – O.N.M. 2018

Triunghiul  $ABC$  este înscris în  $\mathcal{C}(O, 1)$ . Fie  $G_1, G_2, G_3$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $OBC, OAC$  respectiv  $OAB$ .

Demonstrați că triunghiul  $ABC$  este echilateral dacă și numai dacă:

$$AG_1 + BG_2 + CG_3 = 4$$

## Problema 2 – O.N.M. 1999

Fie  $M, N, P, Q$  puncte coplanare pe muchiile  $(AB), (BC), (CD)$  respectiv  $(DA)$  ale tetraedrului regulat  $ABCD$ . Să se arate că:

$$MN \cdot NP \cdot PQ \cdot QM \geq AM \cdot BN \cdot CP \cdot DQ$$

## Problema 3 – O.J.M. 2002

Fie  $ABCD$  un patrulater inscriptibil și  $M$  un punct pe cercul circumscris acestuia, diferit de vârfurile patrulaterului. Fie  $H_1, H_2, H_3, H_4$  ortocentrele triunghiurilor  $MAB, MBC, MCD$  respectiv  $MDA$ , iar  $E$  și  $F$  mijloacele segmentelor  $(AB)$  respectiv  $(CD)$ . Demonstrați că:

- a)  $H_1H_2H_3H_4$  este paralelogram;
- b)  $H_1H_3 = 2 \cdot EF$ .

## Problema 4 – Shortlist O.N.M. 2005

Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$  cu unghiul drept în  $A$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ . Prin mijlocul  $E$  al înălțimii  $AD$  se duce o dreaptă oarecare care intersectează catetele  $(AB)$  și  $(AC)$  în  $M$  respectiv  $N$ .

- a) Exprimați vectorul  $\vec{AD}$  în funcție de vectorii  $\vec{AB}$  și  $\vec{AC}$ .
- b) Să se arate că  $\frac{AC}{AM} + \frac{AB}{AN} = k$ , unde  $k \geq 4$  este o constantă.

## Problema 5 – Shortlist O.N.M. 2013

Se consideră triunghiul  $ABC$  înscris în cercul  $\mathcal{C}$ . Fie  $A', B', C'$  punctele diametral opuse ale vârfurilor  $A, B$  respectiv  $C$  și  $H_1, H_2, H_3$  ortocentrele triunghiurilor  $A'BC, AB'C$  respectiv  $ABC'$ .

- a) Arătați că există un triunghi  $PQR$  cu laturile congruente cu  $[AH_1], [BH_2], [CH_3]$  și calculați raportul  $S_{PQR}/S_{ABC}$ .
- b) Arătați că dreptele  $AH_1, BH_2$  și  $CH_3$  sunt concurente.

# Problema 1 I

Problemele domnului Profesor Musuroia Nicolae, au provocat și au încântat mințile celor mai buni elevi din țară.

1. Fie numerele reale  $a$  și  $b$ . Determinați funcțiile derivabile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea că  $f'(x) = |af(x) + b|$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

*G.M. 5/2024*

2. Fie  $\varepsilon \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ , cu  $\varepsilon^3 = 1$  și  $a, b, c \in \mathbb{C}$ , astfel încât au loc egalitățile:  $2|a + b + c| = \sqrt{3}(|a| + |b|)$ ,  $2|a\varepsilon^2 + b\varepsilon + c| = \sqrt{3}(|b| + |c|)$  și  $2|a\varepsilon + b\varepsilon^2 + c| = \sqrt{3}(|c| + |a|)$ . Demonstrați că cel puțin două dintre numerele  $a, b$  și  $c$  coincid. Este obligatoriu ca  $a = b = c$ ?

*G.M. 5/2024*

3. Fie  $ABCDEF$  un hexagon convex în care  $AD \cap BF = \{M\}$ ,  $BE \cap FD = \{P\}$  și  $CF \cap BD = \{N\}$ .  
Arătați că diagonalele  $AD$ ,  $BE$  și  $CF$  sunt concurente dacă și numai dacă  
 $A_{AMF} \cdot A_{CNB} \cdot A_{EPD} = A_{AMB} \cdot A_{CND} \cdot A_{EPF}$ .

*G.M. 5/2024*

4. Fie  $m, n \in \mathbb{N}^*$  și  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă pentru care  $f(mx) = nf(x)$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ . Știind că  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{m+n}$ , calculați  $\int_1^m f(x) dx$ .

*S.G.M 5/2024*

5. Fie  $M$  un punct în planul triunghiului  $ABC$  și  $A_1, B_1, C_1$  simetricile punctului  $M$  față de mijloacele laturilor  $BC, AC$  respectiv  $AB$ .
- Arătați că dreptele  $AA_1, BB_1, CC_1$  sunt concurente într-un punct  $N$ .
  - Arătați că punctele  $M, G, N$  sunt coliniare și  $\frac{MG}{GN} = 2$ , unde  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ .

*G.M. 5/2024*

6. Fie triunghiul  $ABC$  înscris într-un cerc de rază 1 și  $O$  centrul cercului circumscris triunghiului format de mijloacele laturilor acestuia. Arătați că  $2 \leq AO^2 + BO^2 + CO^2 \leq 3$  și precizați cazul de egalitate.

*S.G.M. 4/2022*

7. Fie  $P_1, P_2, \dots, P_n, n \geq 3$  un poligon regulat și  $M$  un punct în interiorul poligonului. Notăm cu  $M_1, M_2, \dots, M_n$  simetricile punctului  $M$  față de laturile poligonului. Arătați că pentru orice alegere a punctului  $M$ , poligoanele  $M_1M_2\dots M_n$  au același centru de greutate.

*S.G.M. 4/2022*

8. Fie  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ . Arătați că cel puțin una dintre ecuațiile:

$$x^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot x + \overline{bc} = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \overline{bc} \cdot x + \overline{ca} = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \overline{ca} \cdot x + \overline{ab} = 0$$

are soluții reale.

*S.G.M. 9/2015*

9. Rezolvați în  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sistemul: 
$$\begin{cases} 2^{3x} + 2^{3y} + 2^{3z} = 24 \\ (2^x + 2^y)(2^y + 2^z)(2^z + 2^x) = 64 \end{cases}$$

*S.G.M. 9/2015*

10. Rezolvați în  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sistemul 
$$\begin{cases} x^2 + \log_2 x \geq y \\ y^2 + \log_2 y \leq z \\ z^2 + \log_2 z = x \end{cases}$$

*S.G.M. 9/2015*

11. Fie matricele  $A, B, C, D \in M_n(\mathbb{R})$  pentru care produsul oricăror două este comutativ și  $A + B + C + D = O_n$ . Arătați că  $\det(BC - AD) \cdot \det(CA - BD) \cdot \det(AB - CD) \geq 0$ .

*S.G.M. 5/2015*

12. Aflați numerele reale  $x, y, z$  astfel încât relațiile  $x^2 + x = 2y\sqrt{y}$ ,  $y^2 + y = 2z\sqrt{z}$ ,  $z^2 + z = 2x\sqrt{x}$  să simultan adevărate.

*S.G.M. 1/2019*

13. Arătați că, dacă  $a, b, c \in \mathbb{R}$  și  $ab + bc + ca = 0$ , atunci  $abc(a + b + c) \leq 0$ .

*S.G.M. 1/2009*

14. Fie șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$  cu termeni strict pozitivi, dat de relația  $a_{n+1} = \ln(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ ,  $n \geq 1$ .

Determinați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} - 1 \right) \cdot e^{a_n}$

*G.M. 10/2022*

15. Fie  $ABCD$  un patrulater inscriptibil și  $M$  un punct pe cercul său circumscris. Notăm cu  $S_{[XYZ]}$  aria triunghiului  $XYZ$ . Arătați că  $S_{[MAB]} \cdot S_{[MCD]} + S_{[MAD]} \cdot S_{[MBC]} = S_{[MAC]} \cdot S_{[MBD]}$ .

*G.M. 2/2023*

16. Fie  $ABC$  un triunghi înscris într-un cerc de rază  $R$  și  $A'$ ,  $B'$  și  $C'$  simetricile ortocentrului acestuia față de  $A$ ,  $B$  respectiv  $C$ . Arătați că:

- $\Delta ABC$  este echilateral dacă și numai dacă  $A'B^2 + B'C^2 + C'A^2 = 21R^2$ .
- $\Delta ABC$  este dreptunghic dacă și numai dacă  $A'B^2 + B'C^2 + C'A^2 = 20R^2$ .

*G.M. 3/2023*

17. Fie  $\varepsilon \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  astfel încât  $\varepsilon^3 = 1$ . Determinați numerele complexe  $z$  care verifică simultan relațiile:  
 $|z - \varepsilon| \leq 1$ ,  $|z^2 + \varepsilon^2| \leq 1$  și  $|z^3 + \varepsilon^3| \leq 1$ .

*G.M. 1/2021*

18. Se consideră  $n \in \mathbb{N}^*$  și mulțimile  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{3m+1}\} \subseteq [1, 3^n]$  și

$$M = \left\{ X = \begin{pmatrix} a & 3b \\ 3c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a, b, c, d \in A, \text{ distincte} \right\}.$$

Arătați că în  $M$  există cel puțin o matrice cu  $\det(X) < 0$ .

*G.M. 3/2012*

19. Fie  $M$  un punct în interiorul tetraedrului  $ABCD$ . Notăm cu  $N, P, Q, R$  intersecțiile dreptelor  $AM, BM, CM, DM$  cu planele  $(BCD), (ACD), (ABD)$  respectiv  $(ABC)$ . Arătați că:

$$\left(\frac{MN}{MA}\right)^2 + \left(\frac{MP}{MB}\right)^2 + \left(\frac{MQ}{MC}\right)^2 + \left(\frac{MR}{MD}\right)^2 \geq \frac{4}{9}.$$

*G.M. 5/2024*

20. Fie triunghiul  $ABC$  și punctele  $M \in (BC)$ ,  $N \in (CA)$  și  $P \in (AB)$  astfel încât  $\frac{MB}{MC} = \frac{NC}{NA} = \frac{PA}{PB}$ . Notăm cu  $D, E$  și  $F$  punctele de intersecție dintre semidreptele  $(AM)$ ,  $(BM)$  respectiv  $(CP)$  cu cercul circumscris triunghiului  $ABC$ . Arătați că centrele de greutate ale triunghiurilor  $ABC$  și  $DEF$  coincid dacă și numai dacă  $\Delta ABC$  este echilateral.

*G.M. 9/2023*

21. Fie  $M$  un punct pe cercul circumscris triunghiului  $ABC$  și  $X, Y, Z$  simetricile lui  $M$  față de mijloacele laturilor  $BC, CA$  respectiv  $AB$ . a. Demonstrați că  $AX, BY$  și  $CZ$  sunt concurente într-un punct  $E$ . b. Determinați locul geometric a lui  $E$  când  $M$  parcurge cercul circumscris  $\Delta ABC$ .

*G.M. 1/2026*

22. Fie  $E$  centrul cercului lui Euler al triunghiului  $ABC$ , care este înscris într-un cerc de rază 1. Arătați că triunghiul  $ABC$  este echilateral dacă și numai dacă  $AE \cdot BE + BE \cdot CE + CE \cdot AE = 3$

*G.M. 1/2026*

23. Determinați cel mai mic număr natural pătrat perfect care se poate scrie ca sumă de 2018 numere naturale consecutive

*S.G.M. 4/2018*

24. Rezolvați în  $\mathbb{Z}$  ecuația  $x(x+1)(x+2)(x+3) - 23 = y^{2018}$

*S.G.M. 4/2018*

25. Pentru  $n \in \mathbb{N}^*$ , notăm cu  $a_n$  un număr natural cu suma cifrelor  $n$ . Știind că un pătrat perfect nu poate avea forma  $3k + 2$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , arătați că numărul  $A = a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{2015} + 2015$ , nu este pătrat perfect

*S.G.M. 10/2015*

26. Fie  $a, b, c$  trei numere întregi nedivizibile cu 3. Arătați că ecuația  $(a^2 + b^2) \cdot x^2 - 2(b^2 + c^2) \cdot x - (c^2 + a^2) = 0$  nu are soluții raționale.

*S.G.M. 10/2015*

27. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$  și  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  două funcții astfel încât  $f(\cos x) + f(\sin x) = F(\cos x - \sin x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Arătați că  $F$  nu poate fi o primitivă pentru  $f$ .

*S.G.M. 10/2015*

28. Determinați funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  care admite primitiva  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  astfel încât  $F(x) + (x^2 + 1)f(x) = (x + 1)^2 \cdot e^{\arctg x}$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$  și  $f(0) = 0$ .

*S.G.M. 10/2015*

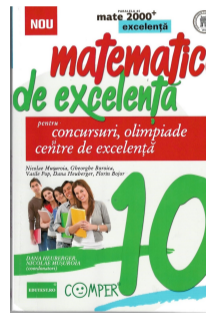
29. Fie  $z_1, z_2$  respectiv  $z_3$ , afixele vârfurilor triunghiului  $A_1A_2A_3$ , înscris în  $C(O, 1)$ . Arătați că triunghiul  $A_1A_2A_3$  este echilateral dacă și numai dacă  $(z_1 + z_2)(z_2 + z_3)(z_3 + z_1) \neq 0$  și 
$$\frac{1}{z_1+z_2} + \frac{1}{z_2+z_3} + \frac{1}{z_3+z_1} = 0.$$

*G.M. 11/2020*

30. Pe laturile patrulaterului ortodiagonal  $ABCD$  se construiesc triunghiurile echilaterale:  $ABM$  și  $CDP$  spre exterior, respectiv  $BCN$  și  $ADQ$  spre interior. Arătați că patrulatele  $MNPQ$  și  $ABCD$  au aceeași arie.

*G.M. 6-7-8/2020*

- **Volumele pentru Clasa a IX-a și a X-a**
- *Colectiv autori:* N. Mușuroia, D. Heuberger, G. Boroica, F. Bojor, V. Pop.
- Elaborate special pentru pregătirea concursurilor școlare, olimpiadelor naționale și centrelor de excelență.

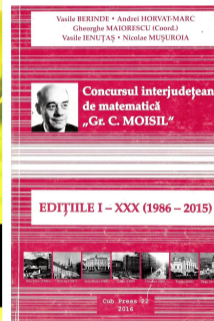


- **Volumele pentru Clasa a XI-a și a XII-a**
- Volumul II – Analiză Matematică.
- Lucrări de referință concepute pentru aprofundarea conceptelor fundamentale de analiză matematică la nivel de performanță academică.

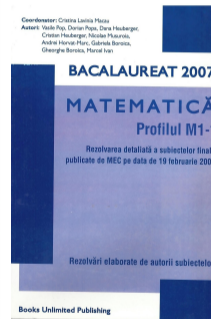
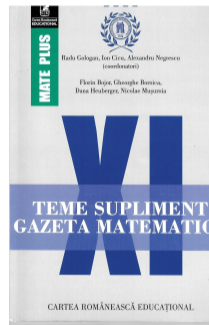


Figura: Manuale de Excelență (Analiză Matematică)

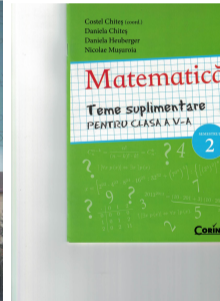
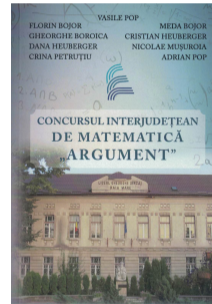
- **Argumente Esențiale** – Articole și probleme selectate din revista de matematică *Argument*.
- **Concursul „Gr. C. Moisil”** – Edițiile I-XXX (1986–2015), o monografie istorică completă a celei mai importante competiții regionale.



- **Teme Supliment Gazeta Matematică** – Realizată în colaborare cu S.S.M.R.
- **Bacalaureat 2007 (Profil M1-1)** – Elaborarea și rezolvarea detaliată a subiectelor oficiale.



- **Concursul Interjudețean de Matematică „Argument”**
- **Teme suplimentare pentru clasa a V-a**



Număr de probleme și articole publicate în  
Revista Argument  
Prof. Nicolae Mușuroia

ARGUMENT-ANUL	clasa a IX	clasa a X	clasa a XI	clasa a XII	ARTICOLE ANUL NOTE MATEMATICE
1. 1999	2	2	2	1	3
2. 2000	3	2	2	—	1
3. 2001					
4. 2002					
5. 2003	3	4	2	4	2
6. 2004	2	2	2	—	1
7. 2005	3	3	5	3	—
8. 2008	3	4	5	2	1
9. 2009	3	2	1	2	1
10. 2010	2	3	3	3	—
11. 2009	1	2	3	3	1
. 2009	3	4	3	4	1
12. 2010	4	3	2	2	—
13. 2011	3	2	1	2	2
14. 2012	3	3	2	2	1
15. 2013	—	4	1	4	—

16	2014	2	2	3	3	-
17	2015	1	2	1	3	1
18	2016	1	4	1	3	1
19	2017	2	2	4	2	1
20	2018	1	1	1	4	2
21	2019	1	3	1	3	1
22	2020	2	4	1	2	1
23	2021	2	3	2	-	1
24	2022	2	3	2	1	1
25	2023	2	-	2	3	-
26	2024	2	-	3	4	-
27	2025	2	2	1	3	2

Fără nr. 3 și 4 din Argument, avem următoarea situație:

cls. a IX-a → 55 prob.  
cls. a X-a → 66 probleme  
cls. a XI-a → 56 probleme  
cls. a XII-a → 63 prob.  
ARTICOLE → 25

# Domnule PROFESOR, vă mulțumim!

Sesiune de Întrebări și Discuții